

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

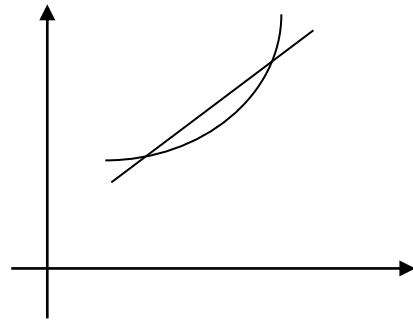
برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

اگر x و $y = f(x)$ رابطه ای خطی نداشته باشند، آنگاه نسبت نمو تابع f به نمو متغیر x ثابت نیست. روی تابع $y = f(x)$ دو نقطه به طول های x_0 و $x = x_0 + h$ را در نظر می گیریم. زمانی که نمو متغیر x ، یعنی h کوچک و کوچکتر شود، یعنی نقطه B به طول $x_0 + h$ ، رفته رفته به نقطه A به طول x_0 نزدیک و نزدیکتر شود. یعنی در شرایط حدی اگر $h \rightarrow 0$ می توانیم ادعا کنیم خط AB به مماس در نقطه A تبدیل می شود. در نتیجه:

$$m_{AB} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$m_{\text{مماس}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$



تذکره: در تابع f ، شیب خط مماس در نقطه A به طول x_0 ، برابر آهنگ لحظه ای تغییر تابع در همین نقطه است.

تمرین: شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{x+1}{x-3}$ را در نقطه $x = 4$ واقع بر آن بدست آورید.

مشتق: حد نسبت نمو تابع به نمو متغیر را در نقطه x_0 متعلق به دامنه ی تابع f ، هنگامی که نمو متغیر به سمت صفر نزدیک می شود، در صورت وجود، مشتق تابع f در نقطه x_0 می نامیم و آن را با نماد های $y'(x_0)$ یا $f'(x_0)$ نمایش می دهیم.

با توجه به تعریف بالا، تابع f و نقطه x_0 از دامنه ی این تابع را در نظر می گیریم. اگر h نمو متغیر در نقطه x_0 باشد، در

صورتی که $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ موجود باشد، مقدار این حد را مشتق تابع f در نقطه x_0 می گوئیم. در نتیجه، تعریف حدی

مشتق تابع f در نقطه x_0 برابر است با:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

تمرین: مشتق تابع $f(x) = 3x^2 - 3$ را در نقطه $x = 1$ با استفاده از تعریف مشتق بدست آورید.

مشتق دوم: مشتق $y = f(x)$ یعنی $y' = f'(x)$ را مشتق اول و مشتق تابع $y' = f'(x)$ را در صورت وجود، مشتق دوم تابع $y = f(x)$ می نامند و با نماد $y'' = f''(x)$ نشان می دهند.

سرعت و شتاب متحرک: اگر معادله ی حرکت یک متحرک به صورت $S = f(t)$ باشد، مشتق اول آن یعنی $S' = f'(t) = \frac{dS}{dt}$ را سرعت می نامند و با $v(t)$ نمایش می دهند. مشتق دوم $f(t)$ را شتاب متحرک می گویند و با $a(t)$ نشان می دهند.

تمرین: اگر عاده ی حرکت یک متحرک به صورت $S(t) = t^2 - 5t + 4$ باشد، معادله ی سرعت و شتاب آن را بدست آورید.

تمرین: توپ تنیسی را به هوا پرتاب کرده ایم. اگر مسافت پیموده شده به وسیله ی توپ بر حسب متر، تابعی از زمان بر حسب ثانیه به صورت $S = 12t - 3t^2$ باشد:

الف) سرعت متوسط توپ را در 2 ثانیه ی اول بدست آورید.

ب) سرعت آن را در لحظه ی t حساب کنید.

ج) در چه زمانی این سرعت صفر می شود و در چه ارتفاعی؟

د) در لحظه ی $t = 4$ ثانیه پس از پرتاب وضعیت توپ چگونه است و سرعت آن چقدر است؟