

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان										نام کتاب
										برای کلاس دبیر و کار در کلاس
										برای کار در منزل

حد توابع ساده ی مثلثاتی: برای محاسبه ی این حدود ابتدا به ذکر قضایای زیر می پردازیم:

قضیه ی 1: تابع $f(x) = \sin x$ در هر نقطه ی $a \in R$ دارای حد است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$$

قضیه ی 2: تابع $f(x) = \cos x$ در هر نقطه ی $a \in R$ دارای حد است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$$

قضیه ی 3: تابع $f(x) = \tan x$ برای هر مقدار x به جز $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ که برای آنها $\cos x = 0$ است، دارای حد بوده و مقدار این

حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a, a \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z$$

قضیه ی 3: تابع $f(x) = \cot x$ برای هر مقدار x به جز $x = k\pi$ که برای آنها $\sin x = 0$ است، دارای حد بوده و مقدار این حد

برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a, a \neq k\pi, k \in Z$$

تمرین: حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x + \cos x}{\cos 2x}$ را بدست آورید.

رفع ابهام توابع مثلثاتی: برای این کار روابط و قضیه ی زیر را بیان می کنیم:

قضیه: اگر x بر حسب رادیان باشد، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

تمرین: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan 3x\sqrt{1-\cos 4x}}{x^2 + x^3}$ را بیابید.

تمرین: مقدار k را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(kx)}{x \sin x} = 8$ باشد.

قضیه ی فشردگی: فرض کنید به ازای هر x از بازه ای باز شامل a ، به جز احتمالاً در نقطه ی a داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ در این صورت } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L \text{ همچنین } g(x) \leq f(x) \leq h(x)$$

تمرین: اگر $x \cos x \leq f(x) \leq x$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+f(x)}$ را بیابید.

تمرین: اگر به ازای هر x داشته باشیم $3 - 5x^2 \leq g(x) \leq 3 \cos x$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ را محاسبه کنید.