

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

### قضایای حد:

(1) حد تابع ثابت  $f(x) = c$  که در آن  $c$  عدد حقیقی دلخواه و ثابت می باشد، وقتی  $x$  به سمت عدد  $a$  میل کند، برابر مقدار ثابت  $c$  می باشد.

(2) حد تابع  $f(x) = x$  وقتی  $x$  به سمت  $a$  میل کند، برابر  $f(a) = a$  می باشد.

(3) فرض کنید  $f$  و  $g$  دو تابع با دامنه ی یکسان باشند و  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ . در این صورت:

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 + L_2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 - L_2$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \times L_2$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}; L_2 \neq 0$$

قضایای (الف) و (ج) را می توان به تعداد متناهی از توابع تعمیم داد، یعنی:

(1) حد مجموع چند تابع برابر است با مجموع حد های آنها.

(2) حد حاصل ضرب چند تابع برابر است با حاصل ضرب حد های آنها.

تمرین: حد تابع  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{-x}$  را در  $x = 0$  بررسی کنید.

از ترکیب قضایای فوق نتایج مهم زیر حاصل می شود

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} (ax + b) = ax_0 + b$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$$

4) اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  باشد، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n = \sqrt[n]{L} \text{ و } \lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n = L^n$$

تمرین: اگر  $f(x) = 2x + 1$  و  $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ ، آنگاه حد توابع  $f \pm g$  و  $f \times g$  و  $\frac{f}{g}$  را در  $x = -1$  محاسبه کنید.

5) حد تابع گویای کسری  $q(x) = \frac{ax^m + bx^{m-1} + \dots + 1}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots + 1}$  (m و n اعداد صحیح و مثبت) وقتی  $x \rightarrow a$  برابر است با مقدار تابع

$$\lim_{x \rightarrow a} q(x) = q(a) : a \text{ در نقطه ی}$$

تمرین: آیا تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+1} & x \geq 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  حد دارد؟

تمرین: در صورتی که  $f(x+2) = \frac{x+4}{x}$  باشد،  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  را حساب کنید.