

نام دبیر: معصومه نوربخش

نام درس: ریاضی

نام آموزشگاه:

مقطع و رشته: سوم تجربی

نام دوره:

شماره جلسه: پانزدهم

مبحث: مفهوم حد

صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

فرض کنید تابع f در تمام نقاط بازه I شامل x_0 (یک نقطه x_0 میانی بازه I)، به جز احتمالاً در نقطه x_0 تعریف شده باشد. در این صورت چون نقطه x_0 یک نقطه x_0 میانی بازه I است، با مقادیر کمتر و بیشتر از x_0 می توان به آن نزدیک شد. دقت کنید تعریف شدن f در نقطه x_0 ضروری نیست.

تابع f را در:

الف) بازه $I = (a, x_0)$ در نظر می گیریم. اولاً $f(x_0)$ قابل محاسبه نیست، ثانیاً فقط با مقادیر کمتر از x_0 ، می توان به این نقطه نزدیک شد.

ب) بازه $I = (x_0, b)$ در نظر می گیریم. اولاً $f(x_0)$ قابل محاسبه نیست، ثانیاً فقط با مقادیر بیشتر از x_0 می توان به آن نزدیک شد.

حد: فرض کنیم تابع f در بازه $I \subseteq D_f$ شامل a تعریف شده باشد و نقطه a به گونه ای باشد که بتوان از داخل I به a نزدیک شد، هر گاه روی محور x ها به نقطه a نزدیک شویم، آنگاه $f(x)$ روی محور y ها به عدد حقیقی L نزدیک شود، عدد L را حد

تابع f در نقطه a می گوئیم و می نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

بدیهی است چون x هرگز به a نمی رسد، بنابراین $f(x)$ هرگز به عدد L نخواهد رسید. اما هر چه روی محور x ها به عدد a نزدیک و نزدیک تر شویم، میزان نزدیکی $f(x)$ به L روی محور y های بیشتر خواهد بود.

نکته: حد تابعی مانند f در نقطه a مانند a به معین بودن یا نبودن مقدار تابع در a بستگی ندارد.

تذکر: برای بررسی وجود حد تابع در یک نقطه مانند a ، ابتدا باید بتوان روی محور x ها (با توجه به دامنه I تابع) به این نقطه نزدیک شد تا شاید $f(x)$ روی محور y ها به عددی مانند L نزدیک شود.

تمرین: برای تابع $y = \sqrt{x^2(x-1)}$ شرایط حد گیری را در $x = 0$ بررسی کنید.

حد راست: هر گاه روی محور x ها با مقادیر بیشتر از a ، به عدد a نزدیک شویم و f روی محور y ها با مقادیر کمتر یا بیشتر از

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_1 \text{ نزدیک شود، عدد حقیقی } L_1 \text{ را حد راست تابع } f \text{ در } x = a \text{ گوئیم و می نویسیم:}$$

حد چپ: هر گاه روی محور x ها با مقادیر کمتر از a به a نزدیک شویم و f روی محور y ها با مقادیر کمتر یا بیشتر از L_2 به عدد

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_2 \text{ نزدیک شود عدد حقیقی } L_2 \text{ را حد چپ تابع } f \text{ در } x = a \text{ گوئیم و می نویسیم:}$$

قضیه: اگر $x = a$ یک نقطه ی میانی در دامنه ی تابع f باشد و حد چپ و راست تابع در این نقطه موجود و با هم برابر باشند، تابع f در $x = a$ دارای حد است و برعکس. اما اگر $x = a$ یک نقطه ی انتهایی دامنه ی تابع f باشد، حد چپ یا راست f در $x = a$ ، همان حد تابع در $x = a$ است.

در نتیجه اگر حد راست و چپ تابع در یک نقطه ی میانی از دامنه ی تابع با هم برابر نباشند، تابع در آن نقطه حد ندارد.

تمرین: حد تابع $f(x) = |x|$ را در نقطه ی $x = 0$ بررسی کنید.

تمرین: آیا تابع $f(x) = \sqrt{x-3}$ در $x = 3$ دارای حد است؟ چرا؟