

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان										نام کتاب
										برای کلاس دبیر و کار در کلاس
										برای کار در منزل

محاسبه ی $\sin(\alpha \pm \beta)$ بر حسب نسبت های مثلثاتی α و β :

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right) = \cos\left(\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \beta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos \beta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \beta$$

$$\rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

تمرین: مقدار عددی عبارت $B = \sin\left(\frac{3\pi}{5} + a\right) \cos\left(a + \frac{4\pi}{15}\right) - \sin\left(a + \frac{4\pi}{15}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{5} + a\right)$ را تعیین کنید.

محاسبه ی $\sin 2\alpha$ بر حسب نسبت های مثلثاتی α :

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha \rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

تمرین: اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$ باشد، $\sin 2\alpha$ و $\sin \alpha - \cos \alpha$ را محاسبه کنید.

محاسبه ی $\cos 2\alpha$ بر حسب نسبت های مثلثاتی α :

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (*)$$

جایگذاری در (*): $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
می دانیم:

جایگذاری در (*): $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$
می دانیم:

محاسبه ی $\tan 2\alpha$ و $\tan(\alpha \pm \beta)$ بر حسب نسبت های مثلثاتی α و β : اگر $\cos(\alpha + \beta) \neq 0$ با توجه به تعریف

تانژانت داریم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}$$

اگر $\cos \alpha \cos \beta \neq 0$ با تقسیم صورت و مخرج کسر اخیر بر این عبارت داریم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

به همین ترتیب می توان ثابت کرد:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

همچنین با قرار دادن $\beta = \alpha$ در رابطه ی (*) داریم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

تمرین: مقدار $\tan 75$ را بدست آورید.

تمرین: اگر $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ ، حاصل $\cos \alpha + \sin \alpha$ را بدست آورید.