نام دبیر:معصومه نوربخش	**نام درس: ریاضی**
نام آموزشگاه:	**مقطع و رشته:سوم تجربی**
نام دوره:	**شماره جلسه: هشتم**

مبـــحث: نامعادله های شامل عبارت های گویا–چند رابطه ی مثلثاتی

صفحه کتاب درسی:

نام کتاب	تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان									
برای کلاس دبیر و کار در کلاس										
برای کار در منزل										

صورت کلی هرنامعادله شامل عبارت گویا، پس از مخرج مشترک گیری و ساده کردن عبارت های جبری دو طرف نامساوی،به صورت یکی از شکل های $\frac{P'(x)}{Q'(x)} \geq \frac{P(x)}{Q(x)}$ یا $\frac{P'(x)}{Q'(x)} > \frac{P(x)}{Q(x)}$ می باشدکه در آنها $P(x)$ ،$Q(x)$ ،$P'(x)$ و $Q'(x)$ چندجمله ای هایی بر حسب x هستند.هدف از حل هر یک از نامعادله های بالا، بدست آوردن مجموعه ی همه ی عدد های حقیقی است که به ازای آنها نامعادله به یک نامساوی درست(مجموعه جواب) تبدیل شود.برای حل این گونه نامعادلات، به عنوان مثال $\frac{P'(x)}{Q'(x)} \geq \frac{P(x)}{Q(x)}$، ابتدا همه ی عبارت ها را به یک طرف معادله انتقال می دهیم، یعنی $0 \geq \frac{P'(x)}{Q'(x)} - \frac{P(x)}{Q(X)}$.سپس عبارت جبری $P = \frac{P(x)}{Q(x)} - \frac{P'(x)}{Q'(x)}$ را تعیین علامت می کنیم و در این حالت مجموعه جواب نامعادله، قسمت هایی از جدول تعیین علامت است که علامت P در آن نقاط مثبت یا مقدار P در آن نقاط برابر صفر باشد.

تمرین: نامعادله ی $\frac{1}{x-2} \leq \frac{x+2}{2x-1}$ را حل کنید.

تمرین: مجموعه جواب هر یک از نامعادله های زیر را پیدا کنید.

آ) $\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2} < 1$

ب) $\left|\frac{1-x}{2x-5}\right| > 1$

پ) $x^3 - \frac{1}{x^3} \geq 3(x - \frac{1}{x})$

ت) $\frac{2x^2-16}{x^2+3x+2} < 1$

یادآوری روابط مقدماتی بین نسبت های مثلثاتی: در ریاضی (2) دیدیم که اگر α یک زاویه ی دلخواه باشد، آنگاه:

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2) $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

3) $1 + tan^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$

یکی از نسبت های مثلثاتی مهم، کتانژانت است که آنرا به صورت زیر تعریف می کنیم:

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\alpha \neq k\pi$, $k \in Z$

همچنین از $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ **می توان نتیجه گرفت که** $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$ **یا** $\tan\alpha \,.\, \cot\alpha = 1$.

تمرین: اگر $\cot\alpha + \cos\alpha > 0$ **و** $\cot\alpha \,.\, \cos\alpha > \frac{1}{\sin\alpha}$ **باشد، انتهای کمان** α **در کدام ناحیه واقع است؟**

محاسبه ی $\cos(\alpha \pm \beta)$ **برحسب نسبت های مثلثاتی** α **و** β**: بر روی دایره ی مثلثاتی(به شعاع واحد) نقاط** M **و** N **را چنان اختیار می کنیم که** $\widehat{AOM} = \alpha$ **و** $\widehat{AON} = \beta$ **باشد.بنابر این اگر** M(x,y) **باشد، آنگاه:**

$$\begin{cases} \sin\alpha = \frac{y}{OM} = \frac{y}{1} = y \\ \cos\alpha = \frac{x}{OM} = \frac{x}{1} = x \end{cases} \rightarrow M(\cos\alpha , \sin\alpha)$$

و به همین ترتیب $N(\cos\beta , \sin\beta)$ **می باشد.**

اگر P **روی دایره ی مثلثاتی چنان اختیار شود که** $\widehat{AOP} = \alpha - \beta$ **در این صورت** $P(\cos(\alpha - \beta) , \sin(\alpha - \beta))$ **می باشد.چون کمان های** MN **و** AP **با هم برابرند (روبروی زاویه ی** $\alpha - \beta$ **هستند)، وتر های نظیر این دو کمان هم برابر هستند.پس داریم:** $MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2}$ **و از آنجا:**

$$MN = \sqrt{(\cos\alpha - \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2} \rightarrow (MN)^2 = 2 - 2\cos\alpha\cos\beta - 2\sin\alpha\sin\beta$$

$$AP = \sqrt{(\cos(\alpha - \beta) - 1)^2 + (\sin(\alpha - \beta) - 0)^2} \rightarrow (AP)^2 = 2 - 2\cos(\alpha - \beta)$$

با توجه به برابری MN **و** AP **داریم** $(AP)^2 = (MN)^2$ **بنابراین:**

$$2 - 2\cos(\alpha - \beta) = 2 - 2(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) \rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\xrightarrow{\beta \rightarrow -\beta} \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos(-\beta) + \sin\alpha\sin(-\beta) \rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

تمرین: عبارت $A = \cos a\cos(a + \frac{\pi}{3}) + \sin a\sin(a + \frac{\pi}{3})$ **را ساده کنید.**