

نام دبیر: معصومه نوربخش
نام آموزشگاه:
نام دوره:

نام درس: ریاضی
مقطع و رشته: سوم تجربی
شماره جلسه: پنجم

مبحث: پیشامد های مستقل از هم
صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S را مستقل از یکدیگر می نامیم، هر گاه رخداد یا عدم رخداد هر یک، روی رخداد دیگری هیچ تاثیری نداشته باشد، در غیر این صورت دو پیشامد را وابسته می نامیم.

فرض کنید تاسی را دو بار ریخته ایم. اگر پیشامد A ، زوج آمدن تاس در مرتبه ی اول و پیشامد B فرد آمدن تاس در مرتبه ی دوم تعریف شود، با توجه به تعریف دو پیشامد مستقل، A و B مستقل از یکدیگرند. یعنی این که تاس در مرتبه ی اول زوج بیاید یا زوج نیاید، تاثیری در فرد آمدن تاس در مرتبه ی دوم ندارد و برعکس.

قانون ضرب احتمالات برای دو پیشامد مستقل: اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

نتیجه: قانون ضرب احتمالات، برای هر چند پیشامد که دو به دو مستقل باشند، برقرار است.

تمرین: دو تاس را می ریزیم و پیشامد های A و B را در دو حالت به صورت های زیر تعریف می کنیم. در هر حالت، مستقل بودن یا نبودن A و B را هم از طریق تعریف و هم با استفاده از تساوی $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ بررسی کنید.

آ) $\begin{cases} A : \text{پیشامد آن که تاس اول 4 بیاید.} \\ B : \text{پیشامد آن که مجموع دو تاس 9 باشد.} \end{cases}$

ب) $\begin{cases} A : \text{پیشامد آن که تاس اول 4 بیاید.} \\ B : \text{پیشامد آن که مجموع دو تاس 7 باشد.} \end{cases}$

تذکره: برای بررسی مستقل بودن یا نبودن یک پیشامد، حتما از قانون ضرب احتمالات استفاده کنید.

رابطه ی بین پیشامد های مستقل با پیشامد های سازگار و ناسازگار: دیدیم اگر A و B ناسازگار باشند $A \cap B = \emptyset$ و

$P(A \cap B) = 0$ ، پس اگر A و B دو پیشامد ناسازگار و مستقل از هم باشند باید لااقل یکی از دو پیشامد نشدنی باشند زیرا:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ناسازگار } A \text{ و } B \rightarrow P(A \cap B) = 0 \\ \text{مستقل از هم } A \text{ و } B \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \end{array} \right. \rightarrow P(A) \times P(B) = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(A) = 0 \rightarrow A = \emptyset \\ \text{یا} \\ P(B) = 0 \rightarrow B = \emptyset \end{array} \right.$$

تمرین: سکه‌ی سالمی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر A پشامد بر آمد هایی باشد که در آن دومین پرتاب "رو" است و B پشامد بر آمد هایی باشد که در آن فقط دو "رو" به صورت متوالی ظاهر شده است، آیا دو پشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟

تمرین: کالا‌های تولید شده‌ی یک کارخانه در چهار مرحله به ترتیب آزمایش می‌شوند. احتمال این که یک کالا در این آزمایش‌ها مورد قبول واقع شود، به ترتیب برابر $0/9$ ، $0/85$ ، $0/95$ و $0/8$ است. (اگر کالایی در یک مرحله از آزمایش رد شود، کنار گذاشته می‌شود.) مطلوبست محاسبه‌ی احتمال این که:

(آ) کالایی در هر چهار آزمایش پذیرفته شود.

(ب) کالایی در آزمایش سوم رد شود.

تمرین: احتمال این که مردی ده سال دیگر زنده بماند برابر $\frac{1}{4}$ و احتمال این که همسرش ده سال دیگر زنده بماند برابر $\frac{1}{3}$ است. مطلوب است محاسبه‌ی احتمال این که:

(آ) هر دو تا ده سال دیگر زنده بمانند.

(ب) حداقل یکی از آنها تا ده سال دیگر زنده بمانند.

(پ) هیچ یک تا ده سال دیگر زنده نمانند.

(ت) فقط زن تا ده سال دیگر زنده بمانند.

تمرین: چهار سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که لااقل یک سکه "رو" ظاهر شود را محاسبه کنید.