

مبحث: مشتق تابع مرکب

صفحه کتاب درسی:

نام درس: حسابان  
مقطع و رشته: سوم ریاضی  
شماره جلسه: سی و دوم

نام دبیر: معصومه نوربخش  
نام آموزشگاه:  
نام دوره:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و  
کار در کلاس

برای کار در منزل

مشتق تابع مرکب: شدت صعود fog در نقطه ای مانند a برابر است با حاصل ضرب شدت صعود g در شدت صعود f در g(a)، به عبارت دیگر:

$$(fog)'(a) = f'(g(a))g'(a)$$

درستی این رابطه در حالت کلی قابل اثبات است و قضیه ی زیر برقرار است:

قضیه: اگر f و g دو تابع مشتق پذیر باشند، آن گاه fog نیز مشتق پذیر است و داریم:

$$(fog)'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

تمرین: مشتق هر یک از توابع زیر را حساب کنید.

الف)  $y = \sin x^2$

ب)  $y = \sqrt{1 + \sin^2 x}$

ج)  $y = \sin \sqrt{1 + x^2}$

د)  $y = \sin^3 x \cdot \cot 2x$

ه)  $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \sqrt{2x - 3}$

$$y = \frac{x^2-1}{(3x+5)^2} \text{ (و)}$$

به طور کلی روابط زیر را برای توابعی که از ترکیب چند تابع ساخته شده اند می توان بدست آورد: (u تابعی از x است).

- |                      |   |                                      |
|----------------------|---|--------------------------------------|
| 1) $y = u^n$         | → | $y' = nu^{n-1}u'$                    |
| 2) $y = \sqrt[n]{u}$ | → | $y' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$ |
| 3) $y = \sin u$      | → | $y' = u' \cos u$                     |
| 4) $y = \cos u$      | → | $y' = -u' \sin u$                    |
| 5) $y = \tan u$      | → | $y' = u' (1 + \tan^2 u)$             |
| 6) $y = \cot u$      | → | $y' = -u' (1 + \cot^2 u)$            |

تمرین: با استفاده از روابط فوق مشتق توابع را بدست آورید.

$$y = \sin\sqrt{x} \text{ (الف)}$$

$$y = (x^3 + x^2)^3 \text{ (ب)}$$

$$y = \sqrt[3]{x^2 + 3x} \text{ (ج)}$$

$$y = \tan(\sin x) \text{ (د)}$$