

نام دبیر: معصومه نوربخش

نام درس: حسابان

مبحث: صعودی یا نزولی بودن و شدت صعود یا نزول

نام آموزشگاه:

مقطع و رشته: سوم ریاضی

نام دوره:

شماره جلسه: سی ام

صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان										نام کتاب
										برای کلاس دبیر و کار در کلاس
										برای کار در منزل

**مشتق و صعودی (نزولی) بودن . شدت صعود (نزول) توابع:** مثبت بودن مشتق یک تابع در یک بازه، به معنای آن است که تابع در آن بازه صعودی است و اندازه ی مشتق در نقاط آن بازه، نشان می دهد شدت صعود تابع در آن نقاط چقدر است.

منفی بودن مشتق یک تابع در یک بازه به معنای آن است که تابع در آن بازه نزولی است و اندازه ی مشتق در آن بازه نشان می دهد شدت نزول تابع در آن نقاط چقدر است.

دقت کنید که در عمل برای تشخیص صعودی یا نزولی بودن یک تابع پیوسته علامت مشتق تابع  $f$  را در بازه ی مورد نظر تعیین می کنیم.

به طور کلی در مورد تابع پیوسته و مشتق پذیر  $f$  داریم:

1) اگر  $f'(x)$  در بازه ی  $(a,b)$  مثبت باشد،  $f(x)$  در  $(a,b)$  صعودی است.

2) اگر  $f'(x)$  در بازه ی  $(a,b)$  منفی باشد،  $f(x)$  در  $(a,b)$  نزولی است.

3) اگر  $f'(x)$  در بازه ی  $(a,b)$  صفر باشد،  $f(x)$  در  $(a,b)$  ثابت است.

به تعیین علامت تابع مشتق  $f$ ، تعیین جهت تغییرات  $f$  می گویند. این تعیین علامت در جدولی به نام جدول تغییرات تابع  $f$  انجام می شود. وقتی  $f'(x) > 0$  باشد تابع  $f(x)$  صعودی است که با نماد  $\nearrow$  و وقتی باشد تابع  $f$  نزولی بوده و با نماد  $\searrow$  در جدول در ردیف مربوط به رفتار  $f$  مشخص می شود.

**تمرین:** جهت تغییرات تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2$  را تعیین کنید.

**تمرین:** تغییر شدت صعود یا نزول تابع  $y = \sqrt{x}$  را در دامنه ی آن بررسی کنید.

**نتیجه:** دیدیم که صعودی یا نزولی بودن یک تابع پیوسته مانند  $f$ ، به علامت مشتق بستگی دارد. اما باید بدانیم که شدت صعود یا نزول همین تابع به صعودی یا نزولی بودن تابع مشتق وابسته است. می توان این مطلب را به صورت زیر جمع بندی کرد:

1) اگر  $f' > 0$  و تابع  $f'$  صعودی باشد، آن گاه تابع  $f$  صعودی بوده و شدت صعود آن در حال افزایش است. برای دو مقدار برابر  $\Delta x$  وقتی

$\Delta y_2 > \Delta y_1$  باشد یعنی  $\frac{\Delta y_2}{\Delta x} > \frac{\Delta y_1}{\Delta x}$  نتیجه می گیریم که هر چه به سمت راست حرکت کنیم، مقادیر عددی مشتق بزرگتر می شوند یعنی شدت

صعود تابع در حال افزایش است.

(2) اگر  $f' > 0$  و تابع  $f'$  نزولی باشد، آن گاه تابع  $f$  صعودی بوده ولی شدت صعود آن در حال کاهش است. برای دو مقدار برابر  $\Delta x$  وقتی  $\Delta y_2 < \Delta y_1$  باشد یعنی  $\frac{\Delta y_2}{\Delta x} < \frac{\Delta y_1}{\Delta x}$  نتیجه می گیریم که هر چه به سمت راست حرکت کنیم، مقادیر عددی مشتق کوچکتر می شوند یعنی شدت صعود تابع در حال کاهش است.

(3) اگر  $f' < 0$  و تابع  $f'$  صعودی باشد، آن گاه تابع  $f$  نزولی بوده و شدت نزول آن در حال کاهش است. چون  $f' < 0$  و در حال بزرگتر شدن است در این حالت  $|f'|$  در حال کاهش است و در نتیجه مقدار عددی  $|\frac{\Delta y}{\Delta x}|$  نیز در حال کاهش است و این به معنی کاهش شدت نزول تابع می باشد.

(4) اگر  $f' < 0$  و تابع  $f'$  نزولی باشد، آن گاه تابع  $f$  نزولی بوده و شدت نزول آن در حال افزایش است. چون  $f' < 0$  و در حال کوچکتر شدن است، در این حالت  $|f'|$  در حال افزایش است و در نتیجه مقدار عددی  $|\frac{\Delta y}{\Delta x}|$  نیز در حال افزایش بوده و این به معنی افزایش شدت نزول تابع می باشد.

تذکره: در هر یک از چهار نمودار فوق، مقدار تغییرات تابع به ازای یک مقدار ثابت  $\Delta x$  در دو بازه ی متمایز مشخص شده است. لذا در هر مورد با مقایسه ی طول  $\Delta y$  ها می توان به سادگی تعیین نمود که میزان افزایش یا کاهش تابع، افزایش یا کاهش می یابد.

تمرین: تغییر شدت صعود یا نزول تابع  $y = \frac{1}{x}$  را روی بازه ی  $(0, +\infty)$  بررسی کنید.