نام دبیر:معصومه نوربخش	نام درس: حسابان	مبـــــحث:آهنگ تغییرات
نام آموزشگاه:	مقطع و رشته:سوم ریاضی	
نام دوره:	شماره جلسه: بیست و نهم	صفحه کتاب درسی:

نام کتاب	تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان									
برای کلاس دبیر و کار در کلاس										
برای کار در منزل										

اگر متحرکی روی یک محور طبق تابع حرکت $x(t)$ حرکت کند، سرعت متوسط آن بین دو لحظه ی t_0 و $t_0 + h$ برابر است با:

$$\frac{x(t_0+h)-x(t_0)}{h}$$

با نزدیک کردن h به صفر، اگر کسر بالا به عددی نزدیک شود، این عدد همان سرعت لحظه ای متحرک در لحظه ی t_0 است.از طرف دیگر، این عدد همان حد کسر بالا در $h = 0$ است که قبلا آن را مشتق $x(t)$ در t_0 نامیده ایم.لذا برای مشتق یک تابع، تعبیر دیگری به عنوان آهنگ تغییر تابع نسبت به متغیر آن می توان در نظر گرفت که در این بخش به تشریح این مفهوم می پردازیم.

تمرین: تابع حرکت متحرکی روی محور x ها در فاصله ی زمانی $[0,4]$ ثانیه به صورت $x(t) = -t^2 + 4t + 1$ است.با رسم نمودار این تابع، شیوه ی حرکت متحرک را توصیف کنید.

تعریف: اگر f تابعی بر حسب x نسبت تغییرات تابع f به تغییرات متغیر x را آهنگ تغییرات متوسط تابع f می نامند.

آهنگ تغییرات متوسط $= \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

تعریف: اگر f تابعی برحسب x باشد، حد آهنگ تغییرات متوسط تابع f را زمانی که تغییر متغیر آن به صفر نزدیک شود، آهنگ تغییرات تابع f نسبت به متغیر آن می نامند که همان مشتق تابع f نسبت به متغیر x در یک نقطه ی خاص می باشد.

آهنگ لحظه ای تغییرات $= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

تعبیر فیزیکی مشتق: با توجه به آنچه تا اینجا آموخته اید، مقدار عددی مشتق یک تابع در هر نقطه از دامنه اش به معنی آهنگ تغییرات تابع نسبت به متغیر می باشد.در مباحث فیزیکی، از آهنگ تغییرات تحت عنوان سرعت یاد می کنند.به بیان دیگر، حد تغییرات یک تابع نسبت به متغیرش را وقتی که تغییرات متغیر بسیار بسیار کوچک باشد مشتق آن تابع گویند.

تمرین: آهنگ تغییرات متوسط حجم یک کره، زمانی که شعاع آن از 2 سانتی متر به 3 سانتی متر تغییر میکند را بدست آورید.

تمرین: آهنگ تغییرات حجم یک کره زمانی که شعاع آن 2 سانتی متر است را بدست آورید.

آهنگ تغییرات کمیت های پیوسته: هنگامی که یک بادکنک کروی شکل را باد می کنیم با افزایش شعاع، حجم بادکنک افزایش می یابد.اگر در هر ثانیه R_0 سانتی متر به شعاع کره افزوده شود و سرعت دمیدن در بادکنک ثابت باشد، شعاع کره از رابطه ی $R(t) = R_0t$ تبعیت می کند.بنابراین می توان نتیجه گرفت که سرعت افزایش حجم بادکنک بر حسب زمان، تابعی از سرعت افزایش شعاع بادکنک بر حسب زمان است و داریم:

حجم کره $= V = \frac{4}{3}\pi R^3$

رابطه ی حجم کره به عنوان تابعی از زمان $V(t) = \frac{4}{3}\pi R^3(t) \quad \rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi(R_0t)^3 \quad \rightarrow \quad V(t) = \frac{4}{3}\pi R^3t^3$

مشابه فوق، گاهی اوقات یک وابستگی فیزیکی ذاتی در مسئله باعث می شود که آهنگ تغییرات یک متغیر، وابسته به آهنگ تغییرات متغیری دیگر باشد.در این گونه مسائل معمولا آهنگ تغییرات کمیت های فیزیکی مورد بررسی قرار می گیرند به این ترتیب که با داشتن یک متغیر، تغییرات دیگری محاسبه می شود.لذا به طور کلی اگر A تابعی بر حسب r باشد و مقدار کمیت r برابر باشد r_0 و آن را h واحد افزایش دهیم، مقدار A از $A(r_0)$ به $A(r_0 + h)$ تغییر می کند و نسبت افزایش مقدار A به افزایش مقدار r برابر است با $\frac{A(r_0+h)-A(r_0)}{h}$ که آن را آهنگ تغییرات متوسط کمیت A نسبت به کمیت r ، بین دو مقدار r_0 و $r_0 + h$ می نامند.

همچنین دیدیم که حد این کسر در $h = 0$ را آهنگ تغییرات کمیت A به کمیت r در می نامند که همان مشتق $A(r)$ در r_0 ، یعنی $A'(r_0)$ است.

$$A'(r_0) = \lim_{h \to 0} \frac{A(r_0+h)-A(r_0)}{h}$$

تمرین: مخزن استوانه ای شکلی را در نظر بگیرید.اگر در هر ثانیه 2 لیتر آب وارد منبع شود، آهنگ تغییرات ارتفاع آب در این مخزن را محاسبه کنید.

تمرین: مساحت یک کره به شعاع r از رابطه ی $S = 4\pi r^2$ بدست می آید.اگر شعاع کره با آهنگ 3 سانتی متر در ثانیه کاهش یابد، آهنگ تغییرات مساحت کره را در لحظه ای که شعاع کره 5 سانتی متر است بیابید.