نام دبیر:معصومه نوربخش	**نام درس: حسابان**
نام آموزشگاه:	**مقطع و رشته:سوم ریاضی**
نام دوره:	**شماره جلسه: بیست و ششم**

مبـــــحث:تابع مشتق–مشتق راست و چپ

صفحه کتاب درسی:

نام کتاب	تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان									
برای کلاس دبیر و کار در کلاس										
برای کار در منزل										

تابع مشتق: اگر $a \in D_f$ و f در a مشتق پذیر باشد، تابعی که به هر نقطه ای مانند a مشتق f را در آن نقطه نظیر می سازد، تابع مشتق f نامیده و با f' نمایش می دهند.ضابطه ی تابع به صورت زیر است:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

دامنه ی تابع مشتق: هر تابع مانند f ، لزوما در هر نقطه به طول a مشتق پذیر نیست.یعنی ممکن است $f'(a)$ وجود نداشته باشد و f در این نقطه مشتق پذیر نباشد، پس همیشه دامنه ی f همان دامنه ی f' نیست.در واقع برای بدست آوردن دامنه ی تابع مشتق، باید نقاط مشتق ناپذیر را از دامنه ی f خارج کنیم پس داریم:

$$D_{f'} = D_f - \left\{x \in D_f \middle| f'(x) = \text{ناموجود}\right\}$$

تمرین: دامنه ی تابع مشتق $f(x) = \sqrt{x}$ را محاسبه کنید.

مشتق به عنوان حد تغییرات تابع به تغییرات متغیر: بار دیگر تعریف ریاضی مشتق تابع f در $x = x_0$ را به خاطر می آوریم:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \to f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

نتیجه: در واقع مشتق هر تابع مانند f ، حد تغییرات تابع به تغییرات متغیر است، وقتی تغییرات متغیر بسیار بسیار کوچک باشد.

مشتق راست و چپ: اگر تابع f در یک همسایگی راست نقطه ای مانند a تعریف شده باشد، حد راست $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ در $x = a$ را مشتق راست f در a می نامند و با $f'_+(a)$ نشان می دهند.بنابراین:

$$f'_+(a) = \lim_{x \to a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

به طور مشابه، اگر تابع f در یک همسایگی چپ نقطه ای مانند a تعریف شده باشد، حد چپ $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ در $x = a$ را مشتق چپ f در a می نامند و با $f'_-(a)$ نشان می دهند.بنابراین داریم:

$$f'_-(a) = \lim_{x \to a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

نکته: مشتق پذیری یک تابع در نقطه ای مانند a معادل با آن است که مشتق راست و چپ تابع در آن نقطه موجود و برابر باشند.

تمرین: مشتق پذیری تابع $f(x) = |x|$ را در همه ی نقاط بررسی کنید و تابع مشتق آن را بدست آورید.

قضیه: اگر تابعی در نقطه ای مشتق پذیر باشد، در آن نقطه پیوسته نیز خواهد بود.

نتیجه: هر گاه تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد در این نقطه قطعا پیوسته هم هست، یعنی مشتق پذیری شرط کافی برای پیوستگی است.ولی عکس قضیه لزوما درست نیست.

تمرین: تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x \geq 0 \\ a|x| + b & x < 0 \end{cases}$ مفروض است.a و b را چنان بیابید که این تابع در نقطه ی مشتق پذیر باشد.

خط قائم بر نمودار: خط d را بر تابع f در نقطه ی A قائم می نامند هر گاه d ، بر خط مماس بر نمودار f ، در نقطه ی A ، عمود باشد.بنابراین با توجه به خاصیت "قزینه و معکوس" بودن شیب های دو خط عمود بر هم داریم:

$$m'_{\text{قائم}} = \frac{-1}{m_{\text{مماس}}} = \frac{-1}{f'(a)}$$

تمرین: شیب خط قائم بر منحنی $f(x) = 2\sin x$ را در نقطه ی $x = 0$ بدست آورید.