

نام دبیر: معصومه نوربخش

نام درس: حسابان

نام آموزشگاه:

مقطع و رشته: سوم ریاضی

نام دوره:

شماره جلسه: بیست و سوم

مبحث: صفر صفرم های مثلثاتی - قضیه ی فشردگی

صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و
کار در کلاس

برای کار در منزل

اگر تابعی مانند $f(x)$ در یک همسایگی محذوف نقطه ای مانند a ، بین دو تابع $g(x)$ و $h(x)$ قرار بگیرد، یعنی داشته باشیم $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$ و دو تابع

$$g(x) \text{ و } h(x) \text{ در نقطه ی } a \text{ دارای حد یکسان } L \text{ باشند، نتیجه می شود: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

تمرین: اگر به ازای هر x داشته باشیم $x^3 + 4 \leq 2f(x) \leq (x-2)^2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + 3)$ را بدست آورید.

تمرین: اگر x بر حسب رادیان باشد و $0 < |x| < \frac{\pi}{2}$ ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

تمرین: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ را بدست آورید.

نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

در محاسبه ی حدودی که شامل توابع مثلثاتی هستند، اگر حاصل حد به صورت صفر صفرم شد و امکان رفع ابهام با روش های گفته شده وجود نداشت،

سعی می کنیم فرم های $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$ را ایجاد کنیم.

تمرین: حاصل حد های زیر را بیابید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan x} \quad (\text{ب})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x - \pi} \quad (\text{ج})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin x} \quad (\text{د})$$

نکته: مشابه آنچه در بررسی حد توابع جزء صحیح دیدید، بهتر است با حرکت روی دایره ی مثلثاتی و نزدیک شدن به زوایای مهم مرزی از طرفین، علامت sin و cos را تعیین نمود تا در مسائلی که این توابع درون قدر مطلق قرار می گیرند، بتوان به سهولت آن ها را ساده کرد. دقت کنید:

$$x \rightarrow 0; x \rightarrow 0^+ \xrightarrow{\text{کمان } x \text{ در ربع اول قرار دارد}} \begin{cases} |\sin x| = \sin x \\ |\cos x| = \cos x \end{cases} \text{ و } x \rightarrow 0^- \xrightarrow{\text{کمان } x \text{ در ربع چهارم قرار دارد}} \begin{cases} |\sin x| = -\sin x \\ |\cos x| = \cos x \end{cases}$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}; x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+ \xrightarrow{\text{کمان } x \text{ در ربع دوم قرار دارد}} \begin{cases} |\sin x| = \sin x \\ |\cos x| = -\cos x \end{cases} \text{ و } x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^- \xrightarrow{\text{کمان } x \text{ در ربع اول قرار دارد}} \begin{cases} |\sin x| = \sin x \\ |\cos x| = \cos x \end{cases}$$

$$x \rightarrow \pi; x \rightarrow \pi^+ \xrightarrow{\text{کمان } x \text{ در ربع سوم قرار دارد}} \begin{cases} |\sin x| = -\sin x \\ |\cos x| = -\cos x \end{cases} \text{ و } x \rightarrow \pi^- \xrightarrow{\text{کمان } x \text{ در ربع دوم قرار دارد}} \begin{cases} |\sin x| = \sin x \\ |\cos x| = -\cos x \end{cases}$$

تمرین: حد $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) \cos \frac{1}{x-2}$ را بدست آورید.