

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان										نام کتاب
										برای کلاس دبیر و کار در کلاس
										برای کار در منزل

اگر α یک زاویه دلخواه باشد، برای محاسبه ی نسبت های مثلثاتی دو برابر کمان، با استفاده از نسبت های مثلثاتی $(\alpha + \beta)$ و قرار دادن $\beta = \alpha$ در این نسبت ها به روابط زیر میرسیم:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \xrightarrow{\beta = \alpha} \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \xrightarrow{\beta = \alpha} \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

با جایگذاری تساوی های $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ در رابطه ی فوق، به نتایج زیر می رسیم:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \xrightarrow{\beta = \alpha} \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} \rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

تمرین: اگر α و β دو زاویه ی حاده باشند و داشته باشیم: $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\sin \beta = \frac{8}{17}$ ، عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha, \sin 2\beta, \cos 2\beta, \tan 2\beta$$

نتایج بدست آمده را با عنوان کلی نسبت های کمان دو برابر در زیر خلاصه می کنیم:

$$1) \sin 2\boxed{} = 2 \sin \boxed{} \cos \boxed{}$$

$$2) \cos 2\boxed{} = 2 \cos^2 \boxed{} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \boxed{} = \cos^2 \boxed{} - \sin^2 \boxed{}$$

$$3) \tan 2\boxed{} = \frac{2 \tan \boxed{}}{1 - \tan^2 \boxed{}}$$

$$4) \sin^2 \boxed{} = \frac{1 - \cos 2\boxed{}}{2}$$

$$5) \cos^2 \boxed{} = \frac{1 + \cos 2\boxed{}}{2}$$

$$6) \tan^2 \boxed{} = \frac{1 - \cos 2\boxed{}}{1 + \cos 2\boxed{}}$$

تبدیل حاصل ضرب نسبت های مثلثاتی به مجموع: اگر α و β دو زاویه دلخواه باشند، با استفاده از روابط زیر، حاصل ضرب نسبت های مثلثاتی را به حاصل جمع تبدیل می کنیم:

$$1) \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$2) \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$3) \sin \alpha \sin \alpha = \frac{-1}{2}(\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta))$$

تمرین: حاصل عبارت $\cos 165 \cdot \cos 105$ را بدست آورید.

تبدیل مجموع نسبت های مثلثاتی به حاصل ضرب: اگر و دو زاویه دلخواه باشند، با استفاده از روابط زیر حاصل جمع و تفریق نسبت های مثلثاتی را به حاصل ضرب تبدیل می کنیم:

- 1) $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$
- 2) $\sin A - \sin B = 2 \sin \frac{A-B}{2} \cos \frac{A+B}{2}$
- 3) $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$
- 4) $\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$

تمرین: عبارت $\cos 50 + \cos 10$ را به ضرب تبدیل کنید.

تمرین: حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1+\sin 50}}{\sin 50 + \sin 10}$ را بدست آورید.