

نام دبیر: معصومه نوربخش

نام درس: حسابان

نام آموزشگاه:

مقطع و رشته: سوم ریاضی

نام دوره:

شماره جلسه: پانزدهم

مبحث: توابع تنازانت و کتانزانت- اتحاد های مثلثاتی

صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

1) تابع $y = \tan x$: به سراغ دایره ی مثلثاتی رفته و تغییرات مقادیر $\tan x$ و $\cot x$ را، در اثر افزایش کمان x ، مورد بررسی قرار می دهیم. وقتی x در فاصله ی $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ قرار دارد و در جهت مثبت مثلثاتی حرکت می کند، مقادیر $\tan x$ افزایش می یابند. یعنی تابع $y = \tan x$ در این بازه تابعی اکیدا صعودی است. در $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = -\frac{\pi}{2}$ مقادیر حقیقی برای $\tan x$ بدست نمی آید و در نمودار تابع در این نقاط خط چین قائم رسم می کنیم. در ضمن با توجه به رابطه ی $\tan(\pi + x) = \tan x$ در می یابیم تابع متناوب بوده و دوره تناوب آن $T = \pi$ می باشد.

2) تابع $y = \cot x$: وقتی x در فاصله ی $(0, \pi)$ قرار دارد و در جهت مثبت مثلثاتی حرکت می کند، مقادیر $\cot x$ کاهش می یابد، یعنی تابع $y = \cot x$ در این بازه اکیدا نزولی است. چون به ازای $x = 0$ و $x = \pi$ مقدار متناهی برای $\cot x$ بدست نمی آید، در این دو نقطه خط چین قائم رسم می کنیم. در ضمن با توجه به رابطه ی $\cot(\pi + x) = \cot x$ در می یابیم که تابع متناوب بوده و دوره تناوب آن $T = \pi$ می باشد.

تمرین: اگر $\tan x = \frac{1-m}{2+m}$ و $|x| < \frac{\pi}{4}$ ، حدود تغییرات m را بدست آورید.

اتحاد های مثلثاتی: اگر α و β دو زاویه ی دلخواه باشند، برای محاسبه ی نسبت های مثلثاتی $(\alpha + \beta)$ و $(\alpha - \beta)$ از روابط زیر استفاده می کنیم:

- 1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- 2) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

اگر در رابطه های فوق β را به $(-\beta)$ تبدیل کنیم روابط زیر بدست می آیند:

- 3) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- 4) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

تمرین: $\sin 75^\circ$ را محاسبه کنید.

همچنین در مورد \tan داریم:

$$1) \quad \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$2) \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

تمرین: هر یک از تساوی های زیر را ثابت کنید.

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1)$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2)$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta \quad (3)$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta \quad (4)$$