

نام دبیر: معصومه نوربخش

نام درس: حسابان

نام آموزشگاه:

مقطع و رشته: سوم ریاضی

نام دوره:

شماره جلسه: سیزدهم

مبحث: توابع صعودی و نزولی - تابع یک به یک و وارون

صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

تابع حقیقی f را در نظر بگیرید. اگر x_1 و x_2 اعضای D_f باشند، تعاریف چهارگانه ی زیر را می توان نوشت:

الف) اگر با افزایش مقدار x ، مقادیر $f(x)$ افزایش یابند یا ثابت بمانند تابع f را، تابع صعودی می نامیم. در این صورت داریم:

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

ب) اگر با افزایش مقدار x ، مقادیر $f(x)$ افزایش یابند، تابع f را تابع صعودی اکید می نامیم. در این صورت داریم:

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

ج) اگر با افزایش مقدار x ، مقادیر $f(x)$ کاهش یابند یا ثابت بمانند، تابع f را تابع نزولی می نامیم. در این صورت داریم:

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

د) اگر با افزایش مقدار x ، مقادیر $f(x)$ کاهش یابند، تابع f را تابع نزولی اکید می نامیم. در این صورت داریم:

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

تذکرات:

- 1) اگر f بر دامنه اش فقط صعودی (یا فقط نزولی) باشد f را یکنوا گویند.
- 2) اگر f بر دامنه اش فقط صعودی اکید یا فقط نزولی اکید باشد، f را تابع یکنوای اکید می گویند.
- 3) هر تابع صعودی اکید، تابعی صعودی و هر تابع نزولی اکید، تابعی نزولی است ولی عکس مطلب لزوما درست نیست.
- 4) برای محاسبه ی برد توابع صعودی اکید یا نزولی اکید می توان مستقیما از روی دامنه عمل کرد.

تابع ثابت: تابع $f(x)$ را ثابت می نامیم هر گاه برای دو عضو دلخواه x_1 و x_2 از دامنه ی f داشته باشیم: $f(x_1) = f(x_2)$

اگر تابع $y = f(x)$ تابعی یک به یک باشد، مطابق تعریف ریاضی داریم:

$$1) x_1, x_2 \in D_f, x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

$$2) x_1, x_2 \in D_f, f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$$

بررسی یک به یک بودن تابع:

(1) از دیدگاه هندسی، در منحنی تابع یک به یک، هر خط موازی محور x ها، نباید منحنی را در بیش از یک نقطه قطع کند.

(2) یک نمودار ون هنگامی تابعی یک به یک را نمایش می دهد که به هر عضو مجموعه Y دوم بیش از یک عضو از مجموعه X اول نظیر نشده باشد.

(3) هر گاه تابع f به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب داده شده باشد، این تابع هنگامی یک به یک خواهد بود که هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه Y دوم برابر نداشته باشند.

تابع وارون: تابع g را وارون تابع f گویند هرگاه به ازای هر x از دامنه Y ، $f(g(x)) = x$ داشته باشیم و به ازای هر x از دامنه X ، $f(x)$ داشته باشیم $g(f(x)) = x$ توجه داشته باشید که در این صورت تابع g را با f^{-1} نمایش می دهند.

$$\begin{aligned} D_f &= R_{f^{-1}} \\ R_f &= D_{f^{-1}} \end{aligned}$$

برای f و f^{-1} داریم:

تعبیر هندسی تابع وارون: منحنی توابع f و f^{-1} همواره نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه ی یکدیگرند. از این خاصیت، رابطه ی بین نقاط متناظر واقع بر دو منحنی به صورت مقابل نتیجه می شود: $A(x_0, y_0) \in f \leftrightarrow A'(y_0, x_0) \in f^{-1}$

برای بدست آوردن ضابطه ی وارون تابع باید ابتدا در ضابطه ی $y = f(x)$ ، x را بر حسب y بدست آورده و سپس جای x و y را عوض کنیم تا به ضابطه ی $y = f^{-1}$ برسیم.

تمرین: وارون پذیری تابع را بررسی کنید و ضابطه ی وارون آن را در صورت وجود بدست آورید.