

نام دبیر: معصومه نوربخش
 نام آموزشگاه:
 نام دوره:

نام درس: حسابان
 مقطع و رشته: سوم ریاضی
 شماره جلسه: دوازدهم

مبحث: اعمال روی توابع - توابع زوج و فرد
 صفحه کتاب درسی:

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

تابع f را با دامنه D_f و تابع g با دامنه D_g را در نظر می گیریم. برای هر x متعلق به اشتراک دامنه های f و g با استفاده از عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم، توابع جدیدی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\left. \begin{array}{l} 1) (f + g)(x) = f(x) + g(x) \\ 2) (f - g)(x) = f(x) - g(x) \\ 3) (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) \\ 4) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} \end{array} \right\} \rightarrow D_{f \pm g} = D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

دقت کنید که:

1) اعمال روی توابع در دامنه ی مشترک انجام می شود.

2) دامنه ی $\frac{f}{g}$ ممکن است تمام $D_f \cap D_g$ نباشد، بلکه باید نقاطی که g را صفر می کند، از دامنه خارج کنیم.

تمرین: اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x - 1$ باشد، دامنه ی $f + g$ ، $f - g$ ، $f \cdot g$ ، $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.

ترکیب توابع: دو تابع $g: A \rightarrow B$ و $f: B \rightarrow C$ مفروض اند، ترکیب این دو تابع، تابع $f \circ g: A \rightarrow C$ است که در آن به ازای هر x از A داریم:

$f \circ g(x) = f(g(x))$. به بیان ساده تر، ابتدا تابع g بر x اثر می کند و $y = g(x)$ را می سازد. سپس y حاصل، تحت اثر تابع f قرار می گیرد و یک خروجی مثل

$z = f(g(x))$ یا $z = f(y)$ خواهد داد. بدیهی است باید اعضای از دامنه ی g انتخاب شوند که y متناظر با آنها، در دامنه ی f هم قرار بگیرد تا f بتواند بر آن

اثر کند. نتیجه این که اگر برد g اشتراکی با دامنه ی f نداشته باشد $f \circ g$ قابل تشکیل نیست. دامنه ی تابع $f \circ g$ به صورت زیر است:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

تمرین: اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x - 1$ باشد و ضابطه ی $f \circ g(x)$ را بدست آورید.

دو ویژگی تابع مرکب:

1) در حالت کلی دو تابع $f \circ g$ و $g \circ f$ لزوما با هم برابر نیستند بنابراین ترکیب خاصیت جابجایی ندارد.

2) در حالت کلی $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ بنابراین ترکیب خاصیت شرکت پذیری دارد.

دامنه ی متقارن: هر گاه دامنه ی تابع f به گونه ای باشد که به ازای هر $x \in D_f$ داشته باشیم $-x \in D_f$ آنگاه گویند دامنه ی تابع f متقارن است.

توابع زوج و فرد: تابع f را با دامنه ی متقارن D_f مفروض است آنگاه:

الف) اگر برای هر عضو دامنه مانند x داشته باشیم $f(-x) = f(x)$ آنگاه تابع f را زوج گویند.

ب) اگر برای هر عضو دامنه مانند x داشته باشیم $f(-x) = -f(x)$ آنگاه تابع f را فرد گویند.

ویژگی های توابع زوج و فرد:

- 1) تابع ثابت، تابعی زوج می باشد. اما تابع ثابت $y = 0$ تنها تابعی است که هم زوج است و هم فرد.
- 2) منحنی توابع زوج نسبت به محور y متقارن است. یعنی خط $x = 0$ محور تقارن توابع زوج می باشد.
- 3) منحنی توابع فرد نسبت به مبدا مختصات متقارن است. یعنی نقطه ی $O(0,0)$ مرکز تقارن توابع فرد می باشد.
- 4) هر تابعی مانند f با دامنه ی متقارن را می توان به صورت مجموع یک تابع زوج و یک تابع فرد به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \frac{f(x)+f(-x)}{2} + \frac{f(x)-f(-x)}{2}$$

تمرین: زوج یا فرد بودن توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $y = \sqrt{x^2}$

ب) $y = \sqrt[3]{x}$

ج) $y = x\sqrt{|x|}$