

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان

نام کتاب

برای کلاس دبیر و کار در کلاس

برای کار در منزل

معادلات گویا: معادلاتی را که در آنها متغیر معادله در مخرج کسر یا کسر های گویا قرار گرفته باشد، معادلات گویا می نامند. روش حل عمومی این معادلات به این صورت است که با ضرب کردن طرفین معادله در کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسر ها و ساده کردن عبارت جبری حاصل، معمولاً به معادلات درجه ی یک یا دو تبدیل خواهند شد. اما مهمترین بخش حل این گونه معادلات، این است که بعد از بدست آوردن جواب های معادله بررسی کنیم جواب های معادله در دامنه ی معادله باشند، در غیر این صورت آنها را نمی پذیریم.

تمرین: مجموعه جواب معادله ی $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ را بدست آورید.

معادلات گنگ: معادلاتی را که شامل عبارات گنگ باشند، معادلات گنگ می نامند. در واقع این معادلات دارای عبارات های رادیکالی از مجهول ها هستند. برای حل آنها با به توان رساندن طرفین معادله و در صورت لزوم تکرار آن و ساده کردن، معادله ای بدون عبارت گنگ از مجهول بدست می آید که آنرا حل می کنیم.

نکته ای که در حل این معادلات باید به آن توجه کرد این است که جواب های بدست آمده در معادله ی اصلی امتحان شوند. زیرا ممکن است جواب های بدست آمده در دامنه ی معادله نباشند و یا عملیات توان رسانی ممکن است جواب های اضافی تولید کند.

تمرین: معادله ی $\sqrt{x+7} - 3 = \sqrt{2x-2} - \sqrt{x}$ را حل کنید.

تابع قدر مطلق: قدر مطلق عدد حقیقی x را با $|x|$ نمایش می دهیم و به تابع قدر مطلق را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \rightarrow D_f = R, \quad R_f = [0, +\infty)$$

ویژگی های تابع قدر مطلق:

- 1) $|x| \geq 0$
- 2) $\sqrt[2n]{u^{2n}} = |u| \rightarrow \sqrt{x^2} = |x|$
- 3) $|-u| = |u| \xrightarrow{|-x|=|x|} |a-b| = |b-a|$ فاصله ی بین دو عدد a و b روی محور اعداد
- 4) $|x| = a \leftrightarrow x = \pm a$
- 5) $x^{2n} = y^{2n} \leftrightarrow |x| = |y| \leftrightarrow x = \pm y$
- 6) $|xy| = |x| \cdot |y|$
- 7) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|} \quad ; \quad y \neq 0$
- 8) $|x| \leq a \xleftrightarrow{a > 0} -a \leq x \leq a$

$$9) |x| \geq a \xleftrightarrow{a > 0} x \leq -a \text{ یا } x \geq a$$

$$10) x \in R; -|x| \leq x \leq |x|$$

$$11) ||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|$$

الف) x و y هم علامت یا صفر هستند. $|x + y| = |x| + |y| \rightarrow xy \geq 0$

ب) x و y مختلف علامه یا صفر هستند. $|x - y| = |x| + |y| \rightarrow xy \leq 0$

ج) x و y مختلف علامه یا صفر هستند. $|x + y| = |x| - |y| \rightarrow xy \leq 0$

د) x و y هم علامت یا صفر هستند. $|x - y| = |x| - |y| \rightarrow xy \geq 0$

$$12) a \leq x \leq b \rightarrow \left| x - \left(\frac{a+b}{2} \right) \right| \leq \frac{b-a}{2}$$

$$13) a \leq |x| \leq b \xrightarrow{b > a > 0} \begin{cases} a \leq x \leq b \\ \text{یا} \\ -b \leq x \leq -a \end{cases}$$

$$14) u = v = w = 0 \rightarrow \begin{cases} |u| + |v| + |w| = 0 \\ u^{2n} + v^{2n} + w^{2n} = 0 \\ \sqrt[2n]{u} + \sqrt[2n]{v} + \sqrt[2n]{w} = 0 \end{cases}$$

$$15) u^{2n} = |u^{2n}| = |u|^{2n} \rightarrow x^2 = |x^2| = |x|^{2n}$$

حل معادلات شامل قدر مطلق: جواب های یک معادله به صورت $|f(x)| = |g(x)|$ همان جواب های دو معادله $f(x) = g(x)$ و $f(x) = -g(x)$ هستند. به معادلاتی نظیر این معادلات که شامل عبارات قدر مطلق هستند، معادلات قدر مطلق می گویند. برای یافتن جواب این معادلات با استفاده از خواص قدر مطلق و حذف علامت قدر مطلق، معادله ی ساده شده را حل می کنیم.

حل معادلات قدر مطلق نوع اول: در این دسته از معادلات می توان با استفاده از ویژگی های گفته شده برای قدر مطلق، وضعیت جواب ها را مشخص نمود.

تمرین: مطلوبست حل معادله $||x^2 - 1| - 2| = 1$.

تمرین: معادله ی قدر مطلق $||x| - 2| = 6$ را حل کنید.