

نام دبیر: معصومه نوربخش
 نام آموزشگاه:
 نام دوره:

نام درس: حسابان
 مقطع و رشته: سوم ریاضی
 شماره جلسه: چهارم

مبحث: ماکزیمم و مینیمم تابع - تشکیل تابع درجه دو

صفحه کتاب درسی: 18 تا 24

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پر تکرار و تابستان										نام کتاب
										برای کلاس دبیر و کار در کلاس
										برای کار در منزل

ماکزیمم و مینیمم تابع درجه دو: هر تابع به فرم کلی $y = ax^2 + bx + c$ (با شرط $a \neq 0$) یک تابع درجه دو نامیده می شود. منحنی این تابع یک سهمی قائم می باشد. با مربع کامل کردن سهمی داریم:

$$y = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

از آنجا که $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ است، اگر $a > 0$ باشد، آنگاه $y \geq \frac{4ac - b^2}{4a}$ و سهمی دارای یک مینیمم است که مقدار آن $\frac{4ac - b^2}{4a}$ می باشد. اگر $a < 0$ باشد، آنگاه $y \leq \frac{4ac - b^2}{4a}$ و سهمی دارای یک ماکزیمم است که مقدار آن $\frac{4ac - b^2}{4a}$ می باشد. مختصات رأس سهمی (محل ماکزیمم یا مینیمم آن) به صورت

$$S \left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{2a} \\ \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-\Delta}{4a} \end{array} \right. \text{ خواهد بود.}$$

تمرین: تابع f با ضابطه $f = \{(x, y) | x^2 - 4x - y - 4 = 0\}$ مفروض است. مقدار مینیمم تابع f را تعیین کنید.

تشکیل معادلات درجه دوم:

1) گاهی اوقات با معادلاتی برخورد می کنیم که ظاهر آنها درجه دوم نیست ولی با یک تغییر متغیر مناسب، به سادگی به یک معادله ی درجه دوم تبدیل می شوند.

تمرین: معادله ی $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ را حل کنید.

2) چندجمله ای وارونه ی یک چندجمله ای: اگر $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x_1 + a_0$ باشد که $a_0 \neq 0$ ، در این صورت چندجمله ای $Q(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$ چندجمله ای وارونه ی $P(x)$ است.

نکته: اگر ریشه های چندجمله ای $P(x)$ به ترتیب برابر $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ باشند، در این صورت ریشه های $Q(x)$ (وارونه ی $P(x)$) برابر $\frac{1}{\alpha_1}, \dots, \frac{1}{\alpha_n}$ هستند.

تمرین: اگر α و β ریشه های معادله ی درجه دوم $5x^2 - 3x - 7 = 0$ باشند، معادله ای بنویسید که ریشه های آن $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ باشد.

3) روش های تشکیل معادله ی درجه ی دوم جدید:

الف) با استفاده از S_1 و P_1 معادله ی حاضر، S و P معادله ی جدید را بدست آورده و با نوشتن معادله ی $x^2 - Sx + P = 0$ مسئله را حل کنیم

ب) ریشه ی معادله ی جدید را y فرض کرده و ریشه های معادله ی اصلی را x ، سپس رابطه ی بین x و y را نوشته، x را بر حسب y در معادله ی حاضر جایگزین می کنیم. در نهایت با تبدیل y به x معادله ی درجه دوم جدیدی بر حسب x می نویسیم که شرایط خواسته شده را دارد.

تمرین: اگر هر یک از ریشه های معادله ی $3x^2 + ax + b = 0$ ، دو برابر معکوس هر ریشه از معادله ی $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a را بدست آورید.

چند نکته ی مهم برای تشکیل معادله ی درجه ی دوم جدید:

- 1) اگر علامت b را قرینه کنیم، به معادله ای می رسیم که ریشه هایش قرینه ی ریشه های معادله ی اصلی هستند.
 - 2) اگر جای a و c را عوض کنیم، به معادله ای می رسیم که ریشه هایش عکس ریشه های معادله ی اصلی هستند.
 - 3) اگر x را به $(x + k)$ (یا $x - k$) تبدیل کنیم، به معادله ای می رسیم که ریشه هایش k واحد از ریشه های معادله ی اول کمتر (یا بیشتر) است.
- تمرین: ریشه های معادله ی درجه دوم $x^2 + ax + b = 0$ ، یک واحد از ریشه های معادله ی $3x^2 + 7x + 1 = 0$ بیشتر است. b را بدست آورید.