نام دبیر: معصومه نوربخش
نام آموزشگاه:
نام دوره:

نام درس: حسابان
مقطع و رشته: سوم ریاضی
شماره جلسه: سوم

مبحث: ب.م.م و ک.م.م–معادلات
صفحه کتاب درسی: 11 تا 17

نام کتاب	تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان									
برای کلاس دبیر و کار در کلاس										
برای کار در منزل										

بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک: هر عدد طبیعی مخالف 1 که اول نباشد، یک عدد مرکب است. هر عدد مرکب را می توان به حاصل ضرب عامل های اول تجزیه نمود.در حالتی که در تجزیه ی اعداد، عامل های اول تکراری را به صورت اعداد تواندار بنویسیم، به آن تجزیه ی استاندارد می گوئیم.برای تجزیه ی یک عدد به عامل های اول، مرتبا عدد را به عامل های اول 2 و 3 و 5 و 7 و... تقسیم می کنیم تا به خارج قسمت 1 برسیم.سپس آنرا به صورت تجزیه ی استاندارد می نویسیم.

ب.م.م دو عدد a و b : بزرگترین عددی که دو عدد طبیعی a و b بر آن بخشپذیرند، بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن دو عدد نامیده می شود که به اختصار با ب.م.م آنرا نشان می دهند.برای یافتن ب.م.م چند عدد می توانیم آنها را به صورت استاندارد به عامل های اول تجزیه کنیم، در این صورت حاصل ضرب عامل های مشترک با کمترین توان، ب.م.م این اعداد خواهد بود.ب.م.م دو عدد a و b را با (a,b) نمایش می دهیم.

تمرین: ب.م.م اعداد 36 و 225 و 405 را تعیین کنید.

ک.م.م دو عدد a و b: کوچکترین عددی را که بر دو عدد طبیعی a و b بخشپذیر است، کوچکترین مضرب مشترک آن دو عددمی نامند که به اختصار با ک.م.م نشان می دهند.برای یافتن ک.م.م چند عدد می توانیم آنها را به صورت استاندارد به عامل های اول تجزیه کنیم، در این صورت حاصل ضرب عامل های غیرمشترک و عامل های مشترک با بزرگترین توان، ک.م.م این اعداد خواهد بود.ک.م.م دو عدد a و b را با $[a, b]$ نمایش می دهیم.

تمرین: ک.م.م اعداد $a = 2^3 \times 5^2$، $b = 2 \times 5^3 \times 7^2$ و $c = 2^5 \times 5 \times 13$ را تعیین کنید.

بزرگترین مقسوم علیه و کوچکترین مضرب مشترک چندجمله ای ها: بزرگترین چندجمله ای(از لحاظ درجه) که چندجمله ای های P(x) و Q(x) بر آن بخشپذیرند را بزرگترین مقسوم علیه مشترک(به اختصار ب.م.م) P(x) و Q(x) می نامند.برای یافتن ب.م.م P(x) و Q(x) کافی است پس از تجزیه ی عبارت ها، عوامل مشترک را با کوچکترین توان در هم ضرب می کنیم.

تمرین: بزرگترین مقسوم علیه مشترک $P(x) = x^2 - 4$ و $Q(x) = 3x^2 + 18x + 24$ را بیابید.

کوچکترین چندجمله ای(از لحاظ درجه) که بر چندجمله ای های P(x) و Q(x) بخشپذیر است را کوچکترین مضرب مشترک (به اختصار ک.م.م) P(x) و Q(x) می نامند.برای یافتن ک.م.م P(x) و Q(x) کافی است پس از تجزیه عبارت ها، عوامل غیرمشترک و مشترک با بزرگترین توان موجود را در هم ضرب کنیم.

تمرین: کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $x^3 + x^2 - x - 1$ و $x^3 - x^2 - x + 1$ را بدست آورید.

معادلات

صفر های تابع دلخواه $y = f(x)$: تابع دلخواه $y = f(x)$ را در نظر میگیریم.برای یافتن طول محل(های)تلاقی منحنی تابع f با محور x ها، لازم است معادله ی تلاقی منحنی و محور x ها(یعنی معادله ی $f(x) = 0$) را حل و ریشه های آنرا مشخص کنیم.ریشه های ساده ی معادله ی $f(x) = 0$ محل های تقاطع منحنی f با محور x ها و ریشه ی مضاعف، محل های تماس منحنی تابع f با محور x ها می باشند.در صورتی که معادله ی مذکور فاقد ریشه باشد منحنی f با محور x ها هیچ گونه نقطه ی تقاطع یا تماس نخواهد داشت.

صفر های تابع درجه دوم: صفر های تابع درجه دوم، ریشه های معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ می باشند.این معادله می تواند دارای دو ریشه، یک ریشه یا فاقد ریشه باشد.یک معادله ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ که $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ دارای دو جواب به صورت زیر است:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

در حالت $\Delta = 0$ داریم $x' = x'' = -\frac{b}{2a}$.در این حالت معادله فقط یک جواب دارد و میتوان تعبیر کرد که معادله دو جواب مساوی دارد.به همین خاطر در این حالت گوئیم معادله یک جواب مضاعف(تکراری) دارد.در حالت $\Delta < 0$ معادله فاقد ریشه ی حقیقی است.

قضیه: اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \beta\alpha$، آنگاه α و β جواب های معادله ی $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

تمرین: معادله ی درجه دومی تشکیل دهید که جواب های آن 2 و -4 باشد.

روابط بین ضرایب و ریشه های معادله ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$:

1) $\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a}$

2) $\alpha\beta = P = \frac{c}{a}$

3) $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

4) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

5) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$

6) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$

نتیجه: در معادله ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$:

الف) اگر $b = 0$ آنگاه معادله دو ریشه ی قرینه دارد.

ب) اگر $a = c$ آنگاه معادله دو ریشه ی معکوس دارد.

ج) اگر $a + b + c = 0$ آنگاه همواره یک ریشه ی معادله یک($\alpha = 1$) و ریشه ی دیگر $\beta = \frac{c}{a}$ می باشد.

د) اگر $a + c = b$ آنگاه همواره یک ریشه ی معادله منفی یک($\alpha = -1$) و ریشه ی دیگر $\beta = -\frac{c}{a}$ می باشد.

تمرین: حدود m برای آن که معادله ی $(m-1)x^2 + mx + m - 3 = 0$ دو ریشه ی مختلف العلامه داشته باشد چست؟