

تمرین از کتاب های درسی، آبی، پرتکرار و تابستان										نام کتاب
						6	4	3	1 درسی	برای کلاس دبیر و کار در کلاس
							7	5	2 درسی	برای کار در منزل

یادآوری دنباله هندسی و حسابی:

دنباله حسابی: اگر جمله ی اول دنباله ی حسابی با a_1 و قدر نسبت با d نمایش داده شود، جمله ی n ام دنباله به صورت $a_n = a_1 + (n - 1)d$ می باشد.

واسطه حسابی: اگر a و b و c سه جمله ی متوالی دنباله ی حسابی باشند رابطه ی $b = \frac{a+c}{2}$ برقرار است.

دنباله هندسی: اگر جمله ی اول دنباله هندسی را با a_1 و قدر نسبت را با q و تعداد جملات را با n نشان دهیم، جمله ی عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ می باشد.

واسطه هندسی: سه عدد a و b و c به ترتیب وقتی تشکیل یک تصاعد هندسی می دهند که داشته باشیم: $b^2 = ac$

مجموع جملات دنباله حسابی:

مجموع n جمله ی اول این تصاعد که آن را با S_n نشان می دهیم از روابط زیر به دست می آید:

$$1. S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$2. S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

اثبات فرمول:

تمرین: جمله ی سوم یک تصاعد حسابی برابر 7 و جمله ی هشتم آن برابر 37 است. مجموع بیست جمله ی اول این تصاعد را بیابید.

نکته 1: به کمک فرمول مجموع جملات تصاعد حسابی می توان نشان داد:

$$1. 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2. 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

$$3. 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

تمرین: در یک تصاعد عددی با 10 جمله، جمع سه جمله ی اول و سه جمله ی آخر 45 است. جمع کل جملات را بیابید.

نکته 2: قاعده ی اندیس ها: $m + n = p + k \rightarrow a_m + a_n = a_p + a_k$

نکته 3: برای هر $n > 1$ رابطه ی $a_n = S_n - S_{n-1}$ برقرار است.

تمرین: اگر در یک تصاعد عددی $S_n = 2n^2 - n$ باشد، مطلوب است مقادیر a_1, a_{10} ؟

مجموع جملات دنباله ی هندسی:

مجموع n جمله ی اول این تصاعد از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$S_n = a \frac{1-q^n}{1-q}$$

اثبات:

نکته: در یک دنباله هندسی نامتناهی با جمله اول a و قدر نسبت q که $|q| < 1$ ، مجموع تمام جملات آن برابر است با

$$\frac{a}{1-q}$$

تمرین: حاصل $1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \dots + \frac{1}{128}$ را بیابید.

تست: در یک تصاعد هندسی مجموع سه جمله ی اول 136 و مجموع شش جمله ی اول 153 می باشد. جمله ی اول چند

برابر جمله ی پنجم است؟

16 (4)

9 (3)

8 (2)

$\frac{81}{16}$ (1)