

فرم خلاصه درس پاییز 1392

نام دبیر: معصومه نوربخش

نام پشتیبان:

نام آموزشگاه: دبیر

شماره جلسه: بیست و یکم

نام درس و مقطع و رشته: ریاضی

دوم دبیرستان

تاریخ جلسه:

دترمینال - ماتریس وارون -
حل دستگاه معادلات

مبحث

168-174

صفحه ی کتاب درسی

خودتان در منزل حل کنید			خودتان در زنگ کار در کلاس حل کنید				من در کلاس حل می کنم			نام کتاب	
174ص 9	174ص 8	174ص 7	174ص 6	174ص 5	174ص 4	173ص 3	173ص 2	173ص 1	کتاب درسی		
									کتاب آبی		
	247	246	245	244	243	242	241	240	239	238	کتاب دوسالانه

ماتریس واحد: ماتریس مربعی را که درایه های قطر اصلی آن و سایر درایه هایش صفر باشند را ماتریس واحد (همانی) گویند و با I نشان می دهند.

تذکر: اگر A ماتریسی مربعی و I ماتریسی هم مرتبه با آن باشد آنگاه $A \times I = I \times A = A$

تمرین: هرگاه $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن گاه اعداد حقیقی α و β را چنان بیابید که:

$$A^2 = \alpha A + \beta I_2$$

تمرین: اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ ، ماتریس های A^2 و B^2 و $A \times B$ و $B \times A$ را بدست آورید.

تذکر: در ماتریس ها $AB \neq BA$

تمرین: اگر $A = \begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y & z \\ t & i \end{bmatrix}$ باشند، آن گاه t و z و y و x را چنان بیابید که $AB = I$

تذکر 1: چون $AI = IA$ پس اتحادهای $(A - I)(A + I) = A^2 - I^2$ و یا $(A + I)^2 = A^2 + 2A + I$ برقرار هستند.

تذکر 2: اگر $A_{m \times n}$ و $B_{n \times p}$ و $C_{n \times p}$ سه ماتریس باشند، آن گاه $A \times (B + C) = AB + AC$ (توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع)

تمرین: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس های $A - B$ و $A + B$ و $A^2 - B^2$ را بدست آورید.

دترمینان ماتریس مربعی $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ را بصورت $|A|$ یا $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ نوشته و بصورت زیر تعریف می کنیم .

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

اگر برای دو ماتریس مربعی A و B داشته باشیم $AB = BA = I$ در این صورت ماتریس B را وارون ماتریس A می گویند و با A^{-1} نمایش می دهند .

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $|A| \neq 0$ ، آن گاه وارون ماتریس A وجود دارد و بصورت زیر محاسبه می شود .

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

تمرین: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ را بیابید .

تمرین: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4n+1 & 1 \\ n & 4 \end{bmatrix}$ برابر با 5 است . مقدار n را بدست آورید .

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a} & 0 \end{bmatrix}$$

تمرین: اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}$ ثابت کنید :

تمرین: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد از تساوی ماتریسی $A^{-1} \cdot B = A^2$ ، ماتریس B را معلوم کنید .

حل دستگاه معادلات :

برای حل معادلات به روش ماتریس وارون ، ابتدا فرم ماتریسی دستگاه معادلات را می نویسیم ، سپس با ضرب طرفین تساوی در وارون ماتریس ضرایب ، ماتریس مجهولات را می یابیم .

تمرین: دستگاه معادلات زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} 5x - 2y = 15 \\ 3x - 5y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 2y + 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax + (a+1)y = 2 \\ (a-1)x + ay = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

برای دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ \acute{a}x + \acute{b}y = \acute{c} \end{cases}$ سه حالت رخ می دهد :

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \acute{a} & \acute{b} \end{vmatrix} \neq 0 \implies \text{جواب منحصر بفرد}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \acute{a} & \acute{b} \end{vmatrix} = 0 \implies \begin{cases} \frac{a}{\acute{a}} = \frac{b}{\acute{b}} \neq \frac{c}{\acute{c}} \text{ جواب ندارد} \\ \frac{a}{\acute{a}} = \frac{b}{\acute{b}} = \frac{c}{\acute{c}} \text{ بیشمار جواب} \end{cases}$$